

Physik IV 2011 - Übung 6

18. April 2011

1. **Emission und Absorption von Strahlung** In einem Behälter mit Temperatur T befindet sich ein Ensemble von N Atomen. Nehmen Sie an, dass nur zwei Energieniveaus mit einer Übergangsfrequenz von 10 GHz für die folgende Rechnung relevant sind. $\sum 3\frac{1}{2}$
- (a) Wie gross ist der Anteil der Atome im höherliegenden Energieniveau bei Raumtemperatur? [$\frac{1}{2}$]
- (b) Geben Sie die drei (Differential-)gleichungen zur Berechnung der Zeitabhängigkeit der Besetzungszahl des Grundzustands $N_0(t)$ bzw. des angeregten Zustandes $N_1(t)$ an. Ihre Antwort sollte die Einstein-Koeffizienten A und B sowie die spektrale Energiedichte der Strahlung $u(\nu)$ beinhalten. [1]
- (c) Zum Zeitpunkt $t = 0$ und bei einer Temperatur von $T = 0$ K befindet sich das Ensemble komplett im angeregten Zustand. Überlegen Sie, welchen Wert die spektrale Energiedichte $u(\nu)$ bei dieser Temperatur hat und berechnen Sie die Besetzungszahl des angeregten Zustands $N_1(t)$ zum Zeitpunkt t . [1]
- (d) Zeigen Sie, dass für $T \neq 0$ K die Energiedichte der Strahlung dem Planck'schen Strahlungsgesetz folgt, [1]

$$u(\nu) = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}.$$

2. **Ionisationsenergie** $\sum 2$
Die Ionisationsenergie ist die Arbeit, die verrichtet werden muss, um ein Elektron eines Atoms im Grundzustand zu entfernen. Für das freie Wasserstoffatom beträgt diese Energie -13.6 eV.
- (a) Das Anlegen eines elektrischen Feldes verändert die potentielle Energie um einen zusätzlichen Term $V_{stark} = eFz$ und führt zu einem

Sattelpunkt des Potentials. Berechnen Sie Änderung der Ionisationsenergie eines Wasserstoffatoms, wenn ein Feld von $F = 40 \text{ kV/m}$ entlang der z -Achse angelegt wird. Nehmen Sie dabei an, dass die Grundzustandsenergie unverändert bleibt und vernachlässigen Sie Tunnelprozesse. [1½]

- (b) Wie skaliert das zur Ionisierung eines Atoms in einem angeregten Zustand benötigte elektrische Feld mit der Hauptquantenzahl n ? [½]

3. Franck-Hertz Versuch Σ 2

- (a) Nehmen Sie an, der Franck-Hertz Versuch werde mit Wasserstoffatomen durchgeführt. Die Elektronen werden durch ein Potential V beschleunigt und die Messung des Stroms zeigt bei $V = 10.2 \text{ V}$ einen Abfall. Welcher Zustand des Wasserstoffatoms wird dabei angeregt und wie gross ist die Wellenlänge der emittierten Strahlung? Welche anderen Spektrallinien können beobachtet werden wenn die Spannung zwischen 0 und 12.5 V variiert wird? [1]

- (b) Im klassischen Franck-Hertz Versuch werden die Minima der detektierten Stromkurve den $6^1S \rightarrow 6^3P$ Übergängen des Hg-Atoms zugeordnet. Tatsächlich spaltet der angeregte 6^3P Zustand durch die starke Spin-Bahn Wechselwirkung in drei Zustände $6^3P_{0,1,2}$ auf (siehe G. F. Hanne, Am. J. Phys. 56, 696 (1988)). Eine Spektroskopiemessung zeigt jedoch nur eine einzelne Linie des Übergangs $6^1S \rightarrow 6^3P_1$ mit einer Wellenlänge von 2536 Å. Warum kann nur eine einzige Linie beobachtet werden? [½]

- (c) Bei einer Strommessung im selben Experiment entsprechen die Minima einer kinetischen Energie von $\sim 4.9 \text{ eV}$. Die kleinste Übergangsenergie entspricht jedoch dem $6^1S \rightarrow 6^3P_0$ Übergang bei 4.67 eV. Was könnte der Grund für diese Diskrepanz sein? [½]

4. Normierung von Wellenfunktionen Σ 2½

Bestimmen Sie die Normierungskonstanten A_1 , A_2 und A_3 der Wellenfunktionen in (a), (b) und (c).

- (a) $\psi(x) = A_1 \sin(2\pi x/a)$, $0 \leq x \leq a$. [½]

- (b) $\psi(x, y, z) = A_2 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \sin(\pi z/c)$,
in einem 3-dimensionalen Potentialtopf mit Seitenlängen a, b, c . [½]

- (c) $\psi(r) = A_3 \exp(-r/a)$, im gesamten Raum. [½]

- (d) Skizzieren Sie die Wellenfunktion sowie die entsprechenden Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte aus (a). [$\frac{1}{2}$]
- (e) Begründen Sie, warum die Multiplikation der Wellenfunktionen mit einem beliebigen Phasenfaktor, $\psi' = e^{i\phi}$, zu physikalisch äquivalenten Wellenfunktionen ψ' führt. [$\frac{1}{2}$]

- III. **Mathematica (optional)** Bei der Durchführung eines Doppelspaltexperiments mit atomaren Teilchen wurde das Intensitätsmuster aufgenommen (Datei "doppelspalt.dat- Angaben in Meter). Ermitteln Sie aus den Auftreffpunkten die de Broglie-Wellenlänge der Teilchen. Die Spaltbreite beträgt $d = 1 \mu\text{m}$, der Abstand der Spalte $a = 8 \mu\text{m}$ und die Distanz zwischen Doppelspalt und Schirm 64 cm. Für den Fit kann die Funktion $IntensityDS[\lambda_-, d_-, y_-, R_-, a_-]$ aus dem *mathematica3.nb* Notebook verwendet werden. Um welche Teilchen handelt es sich dabei, wenn deren Geschwindigkeit 1000 m/s beträgt? Σ 2